Grado 10

Matematicas - Unidad 1

Reconozcamos otras características de la función

Tema

Clasificación de funciones

Nombre: ______________________________ **Curso:** __________

Introducción

La taxonomía es conocida como la ciencia de la clasificación que permite ordenar la diversidad biológica en taxones anidados unos dentro de otros, ordenados de forma jerárquica, formando un sistema de clasificación. En matemáticas, podemos clasificar las funciones dependiendo de sus características. En el desarrollo de las actividades se espera deducir y formalizar algunas de ellas.

Actividad Introductoria: Reconocimiento de una función biyectiva.

Con base en la representación analítica de la Ley de Dolbear, calcula las imágenes T(n) correspondientes a los valores de "n" dados en la tabla, luego escríbelos en la columna correspondiente y dibújalos en el plano presentado al costado derecho. Finalmente, analiza las relaciones que establecen en el diagrama de dispersión creado.

Ley de Dolbear

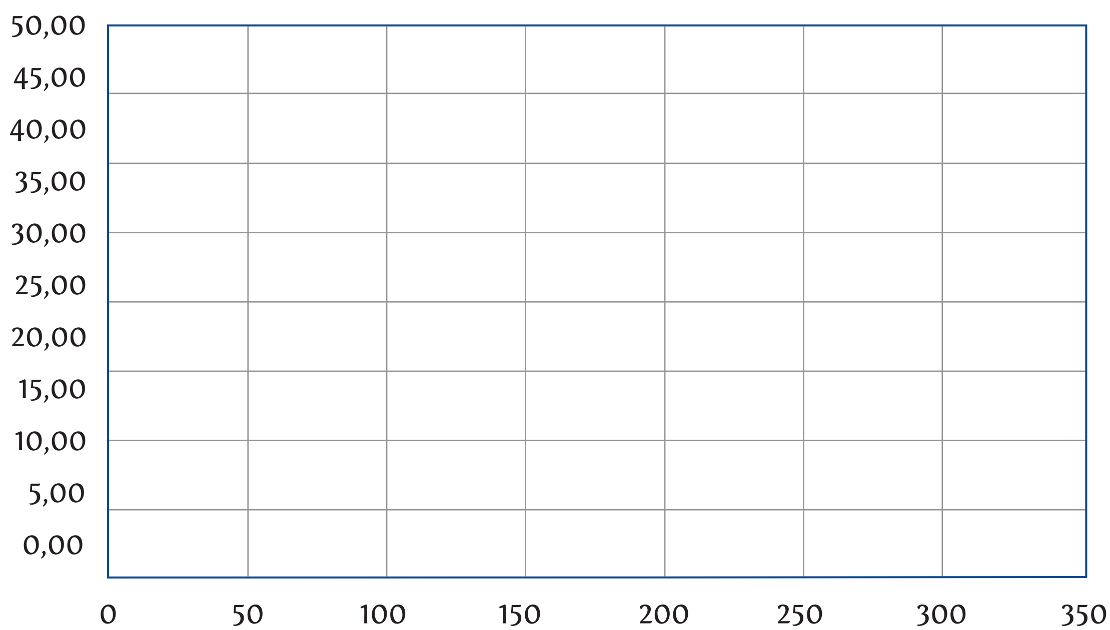
Relación entre el número de chirridos por minuto que emite el grillo de campo y la temperatura del ambiente en el cual se encuentra el grillo.

La función que modela la situación es:

$$T(n)=\frac{5}{9}\left(\frac{n}{4}+6\right)$$

Número de chirridos por minuto que emite el grillo	Temperatura del ambiente en el cual se encuentra el grillo
n	T (n)
0	
30	
60	
90	
120	
150	
180	
210	
240	
270	
300	

La ley de Dolbear establece una relación entre el número de chirridos por minuto que emite el grillo de campo y la temperatura del ambiente en el cual se encuentra el grillo.



Objetivos

» Reconocer las características de las funciones a partir de una clasificación.
- Determinar qué tipo de funciones son inyectivas.
- Determinar qué tipo de funciones son sobreyectivas.
- Determinar qué tipo de funciones son biyectivas

Actividad 1: Deduciendo inyectividad, sobreyectividad y biyectividad.

Describe cada una de las situaciones que se plantean en el video "parejas de baile", y discute, frente a la clase y en conjunto con el profesor, las características que presenta cada una de ellas. Luego, identifica las diferencias y similitudes. Finalmente, en la situación planteada en el video ¿qué otras situaciones pueden generarse?

	Características
	
	
	

Actividad 2: Deduciendo y reconociendo inyectividad, sobreyectividad y biyectividad.

Observa los siguientes gráficos, y con base en análisis realizado en la actividad 1, completa cada enunciado de tal forma que sea coherente su significado.

Función Inyectiva

Una función $f: X \to Y$ es inyectiva (uno a uno), si se cumple siempre que para todo $x_1 \neq x_2$ pertenecientes al conjunto ______________ X, sus ______________ son diferentes $f(x_1) \neq f(x_2)$ pertenecientes al conjunto ______________ Y, y cumple también que y_1 y y_2 son imágen de un ____________________ elemento del ________________ cada una.

Función Biyectiva

Una función es biyectiva si al mismo tiempo es __________________ y ________________ es decir, si ___________ los elementos del conjunto dominio tienen una ______________ distinta en el conjunto codominio, y a ____________ elemento del conjunto codominio le corresponde una ________________ distinta en el conjunto dominio.

Función Sobreyectiva

Una función $f: X \to Y$ es sobreyectiva si está aplicada sobre todo el __________________ , es decir, cuando _____________ elemento de Y es la ________________ de como ___________________ un elemento de X.

Actividad3: Reconociendo inyectividad.

Con base en la correspondencia definida para la función dada, realice un diagrama sagital, una tabla de valores y un conjunto de parejas ordenadas; y utilícelos para determinar si *f* es inyectiva o no inyectiva.

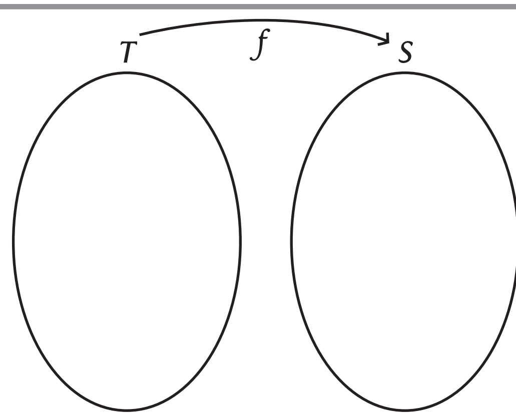
Ejercicio 1

Dados T = {3, 4, 5, 6, 7} y S = {9, 7, 5, 6, 8, 4}. Sea f una función, tal que f: T → S, definida por $f(x) = x+2$, para todo x ∈ T.

Tabla de valores

x	$y = f(x) = x + 2$

Diagrama sagital



Conjunto de parejas ordenadas

f = { (____ , ____) , (____ , ____) , (____ , ____) , (____ , ____) , (____ , ____) }

Respuesta: f es ☐ inyectiva ☐ No inyectiva , ¿por qué?

Ejercicio 2

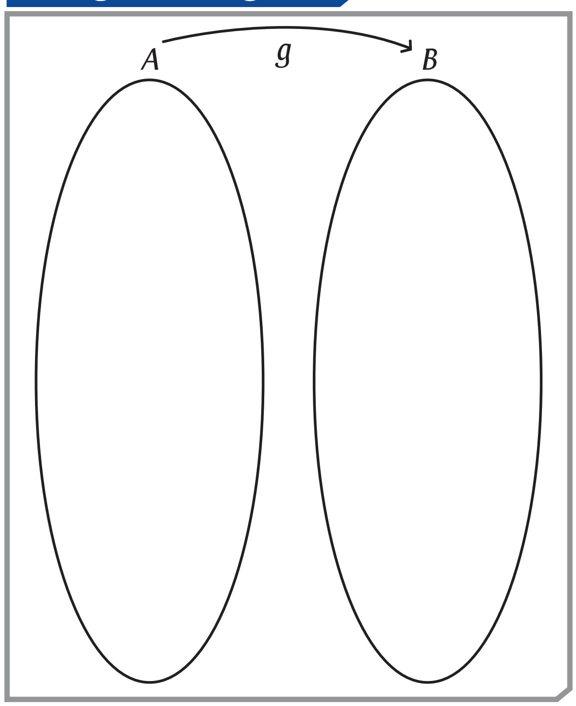
Dados $A = \left\{ -2, -\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2 \right\}$ y $B = \left\{ 3, \frac{5}{4}, 0, -\frac{3}{4}, -1, 0, -\frac{3}{4}, 0, \frac{5}{4}, 3 \right\}$

sea g una función tal que g: A → B , definida por $g(x) = x^2 - 1$, para todo $x \in A$.

Tabla de valores

x	$y = g(x) = x^2 - 1$

Diagrama sagital



Conjunto de parejas ordenadas

g = { (____ , ____) , (____ , ____) , (____ , ____) , (____ , ____) , (____ , ____) , (____ , ____) , (____ , ____),

(____ , ____) , (____ , ____) }

Respuesta: g es ☐ inyectiva ☐ No inyectiva , ¿por qué?

Ejercicio 3

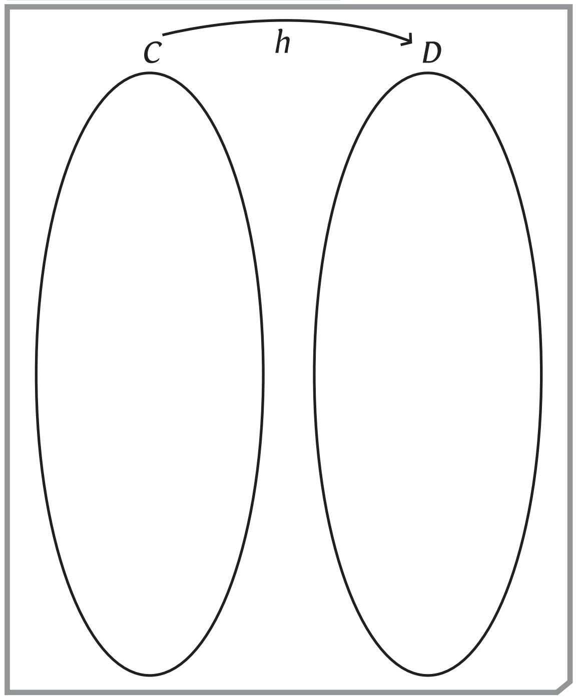
Dados $C = \{ -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4)$ y $D = \left\{ \frac{1}{10^4}, \frac{1}{10^3}, \frac{1}{10^2}, \frac{1}{10^1}, 1, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4 \right\}$.

sea h una función, tal que h: C → D, definida por $h(x) = 10^x$, para todo $x \in C$.

Tabla de valores

x	$y = h(x) = 10^x$

Diagrama sagital



Conjunto de parejas ordenadas

h = { (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___),
(___ , ___) , (___ , ___) }

Respuesta: h es ☐ inyectiva ☐ No inyectiva , ¿por qué?

Actividad 4: Reconociendo sobreyectividad.

Con base en la correspondencia definida para la función dada, realice un diagrama sagital, una tabla de valores y un conjunto de parejas ordenadas; y utilícelos para determinar si *f* es sobreyectiva o no sobreyectiva.

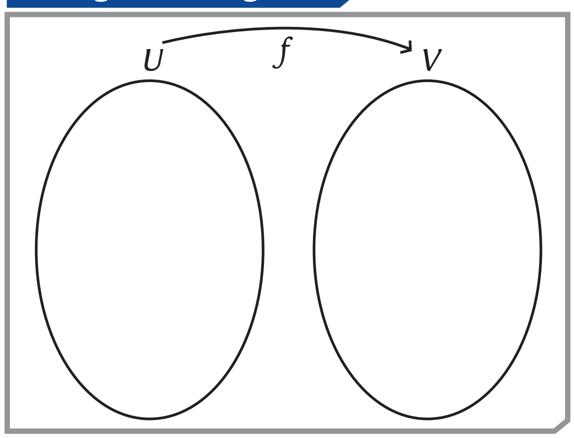
Ejercicio 1

Dados $U = \{0, 1, 2, 3,\}$ y $V = \{0, 1, 4,\}$. Sea f una función, tal que f: $U \rightarrow V$, definida por $f(x) = (x-1)^2$, para todo $x \in U$.

Tabla de valores

x	$y = f(x) = (x - 1)^2$

Diagrama sagital



Conjunto de parejas ordenadas

f = { (____ , ____) , (____ , ____) , (____ , ____) , (____ , ____) }

Respuesta: f es ☐ Sobreyectiva ☐ No Sobreyectiva , ¿por qué?

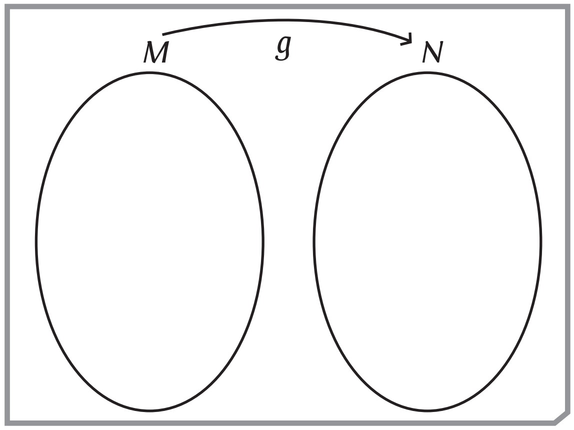
Ejercicio 2

Dados $M = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ y $N = \{9, 7, 5, 6, 8, 4\}$. Sea g una función, tal que $g: M \rightarrow N$, definida por $g(x) = x+2$, para todo $x \in M$.

Tabla de valores

x	$y = g(x) = x + 2$

Diagrama sagital



Conjunto de parejas ordenadas

$g = \{ (\_\_\_, \_\_\_), (\_\_\_, \_\_\_), (\_\_\_, \_\_\_), (\_\_\_, \_\_\_), (\_\_\_, \_\_\_) \}$

Respuesta: g es ☐ Sobreyectiva ☐ No Sobreyectiva , ¿por qué?

Ejercicio 3

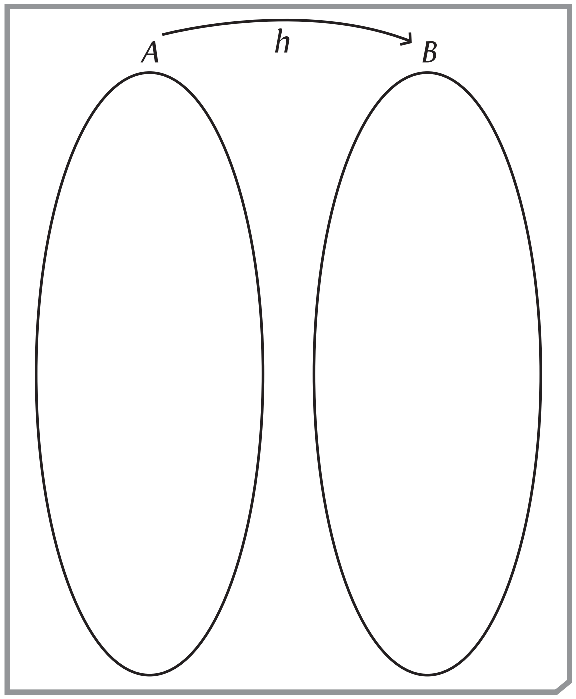
Dados $A = \left\{ \frac{1}{10^4}, \frac{1}{10^3}, \frac{1}{10^2}, \frac{1}{10^1}, 1, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4 \right\}$ y $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

sea h una función, tal que $h: A \rightarrow B$, definida por $h(x) = \log_{10}(x)$, para todo $x \in A$.

Tabla de valores

x	$h(x) = \log_{10}(x)$
10^4	

Diagrama sagital



Conjunto de parejas ordenadas

h = { (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___),

(___ , ___) , (___ , ___) }

Respuesta: h es ☐ Sobreyectiva ☐ No sobreyectiva , ¿por qué?

Actividad 5: Reconociendo biyectividad.

Con base en la correspondencia definida para la función dada, realice un diagrama sagital, una tabla de valores y un conjunto de parejas ordenadas; y utilícelos para determinar si f es biyectiva o no biyectiva.

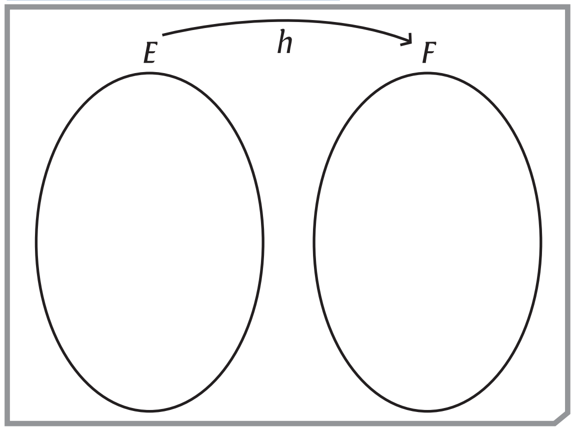
Ejercicio 1

Dados $E = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ y $F = \{9, 7, 5, 6, 8\}$. Sea h una función, tal que $h: E \to F$, definida por $h(x) = x+2$, para todo $x \in E$.

Tabla de valores

x	$y = h(x) = x + 2$

Diagrama sagital



Conjunto de parejas ordenadas

$h = \{ (\_\_\_ , \_\_\_) , (\_\_\_ , \_\_\_) , (\_\_\_ , \_\_\_) , (\_\_\_ , \_\_\_), (\_\_\_ , \_\_\_) \}$

Respuesta: h es ☐ Biyectiva ☐ No biyectiva , ¿por qué?

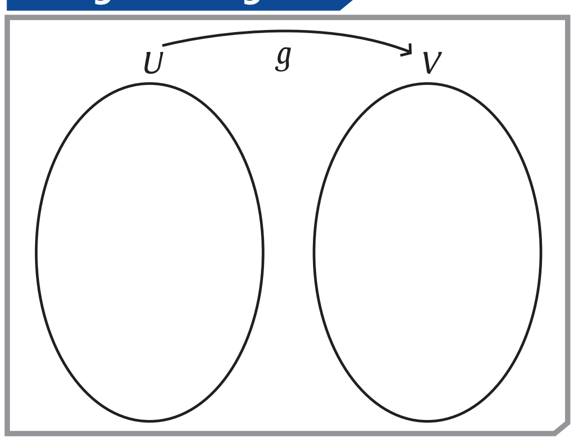
Ejercicio 2

Dados $U = \{0, 1, 2, 3\}$ y $V = \{0, 1, 4\}$. Sea g una función, tal que $g: U \rightarrow V$, definida por $g(x) = x^2 - 2x + 1$, para todo $x \in U$.

Tabla de valores

x	$y = g(x) = x^2 - 2x + 1$

Diagrama sagital



Conjunto de parejas ordenadas

g = { (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___)}

Respuesta: g es ☐ Biyectiva ☐ No biyectiva , ¿por qué?

Ejercicio 3

Dados $A=\left\{ \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^1}, 1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4 \right\}$ y $B=\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

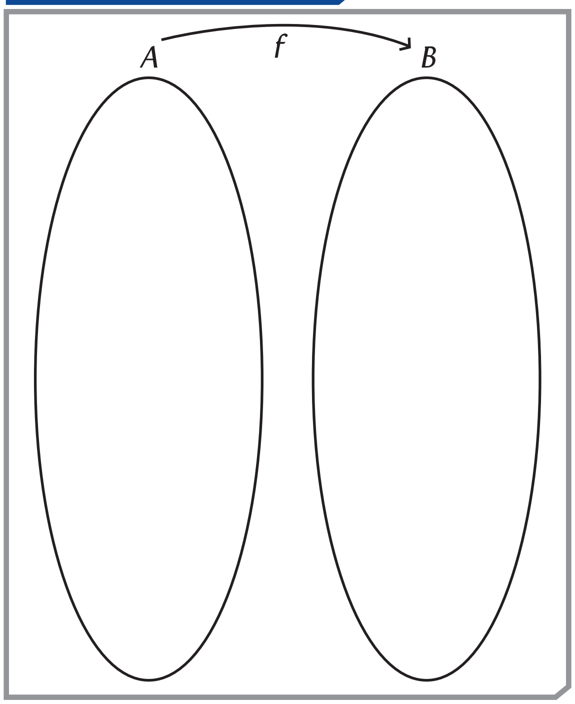
sea f una función, tal que $f: A \rightarrow B$, definida por $f(x) = ld(x)$, para todo $x \in A$.

Donde: $ld(x) = \log_2(x)$

Tabla de valores

x	$y = f(x) = ld(x)$

Diagrama sagital



Conjunto de parejas ordenadas

f = { (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___) , (___ , ___),

(___ , ___) , (___ , ___) }

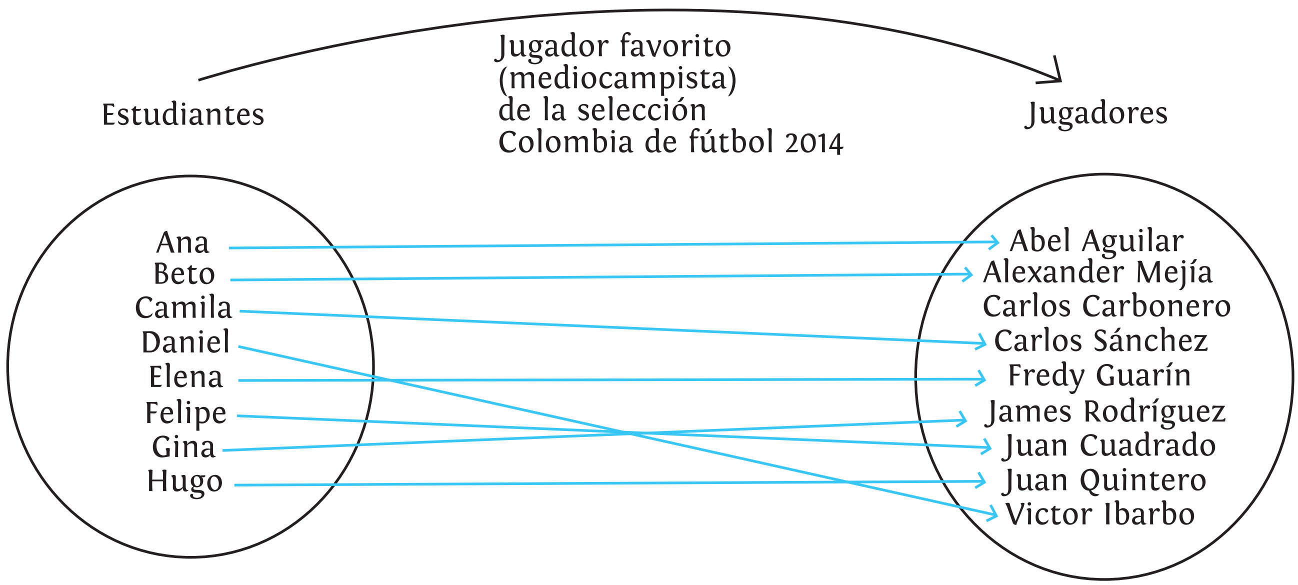
Respuesta: f es ☐ Biyectiva ☐ No biyectiva , ¿por qué?

Actividad 6: Clasificando.

A continuación se encuentra un grupo de funciones representadas a través de un diagrama sagital, una tabla de valores, un conjunto de parejas ordenadas o una expresión algebraica.

Indica al frente de cada representación si corresponde a una función Inyectiva, Sobreyectiva o Biyectiva.

1.



☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

2.

x	$y = f(x)$
-3	8
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3

☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

3. $g(x)=\left\{\left(-6, \frac{1}{64}\right), \left(-4, \frac{1}{32}\right), \left(-2, \frac{1}{16}\right), (0, 1), (2,4), (4,16), (6,64)\right\}$

☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

4.

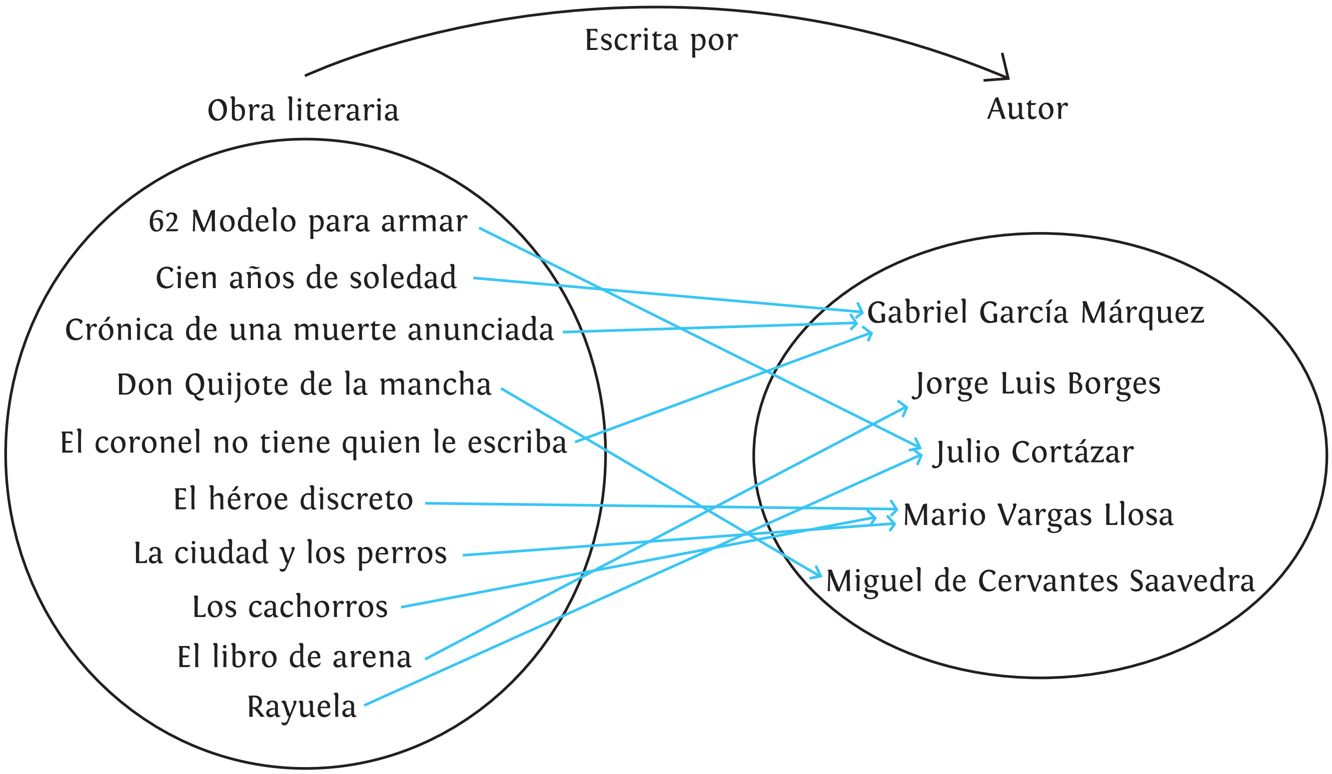
x	$y = f(x)$
-5	-512
-3	-256
-1	-64
0	-27
1	-8
3	0
5	8

☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

5. Dados $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $M = \{0, 1, 3, 6, 10, 15\}$. Sea g una función, tal que $g: N \rightarrow M$, definida por $k(x) = \frac{x\,(x + 1)}{2}$, para todo $x \in N$.

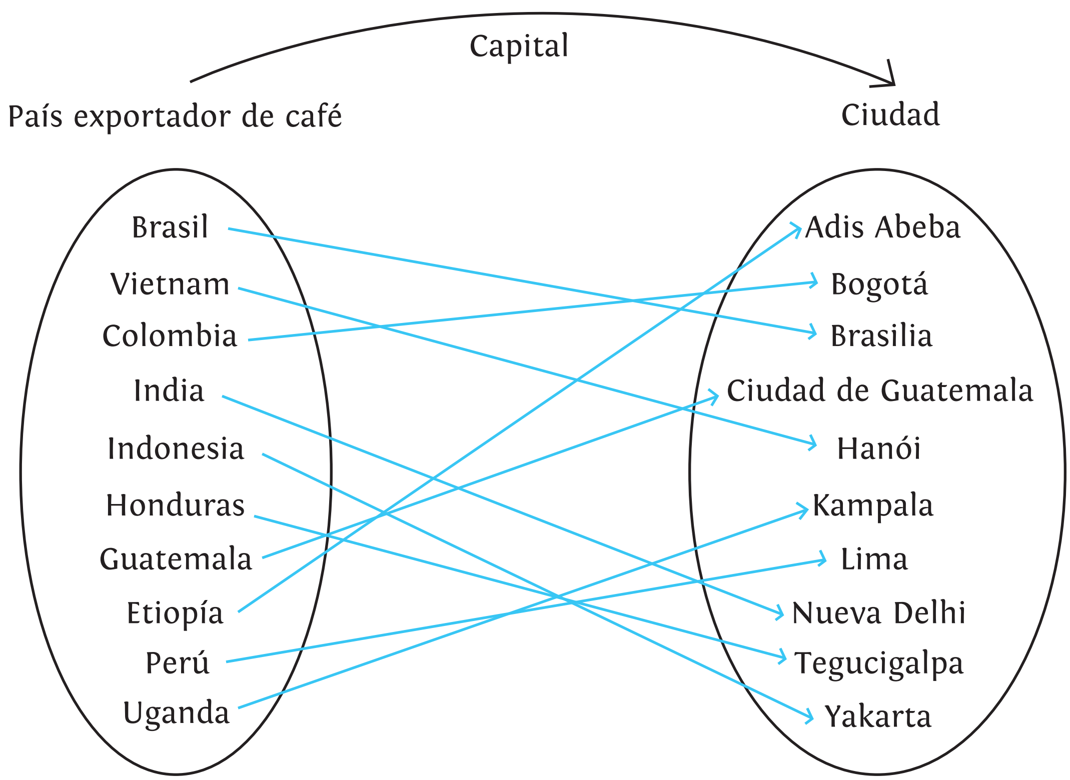
☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

6.



☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

7.



☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

8. $f(x)=\left\{\left(-\frac{7}{2},1\right),\left(-3,\ \frac{1}{2}\right),\left(-,\frac{5}{2},0\right),\left(-2,\ -\frac{1}{2}\right),\left(-\frac{3}{2},0\right),\ \left(-1,\ \frac{1}{2}\right),\left(-\frac{3}{2},1\right)\right\}$

☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

9. Dados C = {-2, -1, 0, 1, 2 } y D = {2, 1, 0, -1, -2, -3, -4}. Sea g una función, tal que g: $C \rightarrow D$, definida por $f(x)$ = -x-1, para todo x ϵ C.

☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

10. Dados A = {-2, -1, 0, 1, 2 } y B = {-2, 0, 2, -1, 16, 54}. Sea f una función, tal que h: $A \rightarrow B$, definida por $f(x)$ = 2(x+1)³, para todo x ϵ A.

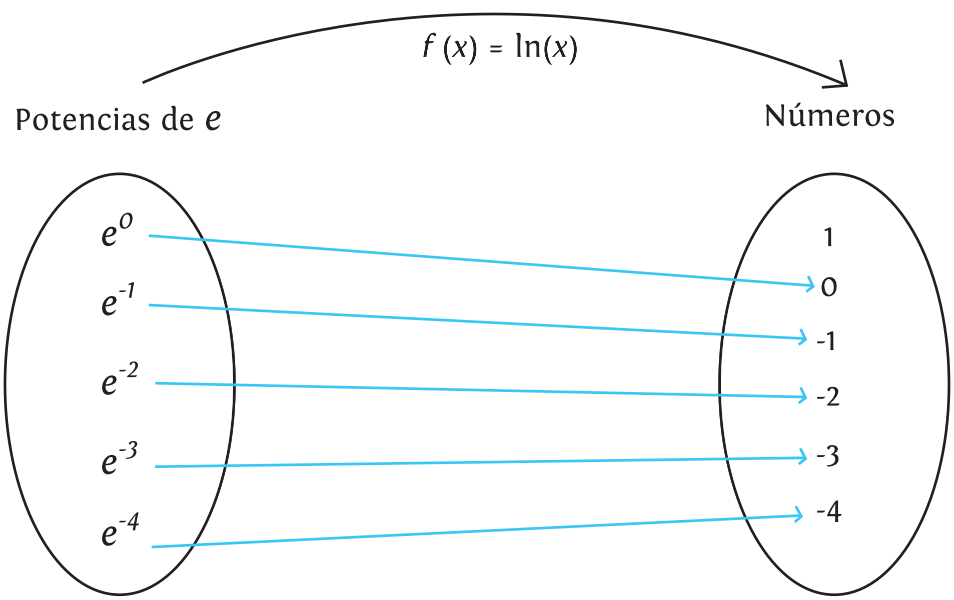
☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

11. Dados $U=\left\{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right\}$ y $V=\left\{\frac{1}{4}, \frac{7}{16}, \frac{1}{2}\right\}$

Sea g una función, tal que g: $U \rightarrow V$, definida por $g(x) = -x^2 + \frac{1}{2}$, para todo x ϵ U.

☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

12.



☐ Inyectiva ☐ Sobreyectiva ☐ Biyectiva

Resumen

1. **Completa la definición formal de la función inyectiva con base en las palabras o frases presentadas en la parte inferior.**

Una función f: X → Y es ______________ cuando se cumple alguna

de las dos afirmaciones ________________:

- Si x_1, x_2 son ______________ de X tales que ______________ ,

  necesariamente se cumple ________________ .

- Si x_1, x_2 son ______________ de X tales que ______________ ,

  necesariamente se cumple ________________ .

Función	$x_1 \neq x_2$	**Recíproca**
Elementos	$f(x_1)= (x_2)$	**Equivalentes**
$x_1 = x_2$	**Inyectiva**	$f(x_1) \neq (x_2)$

2. **Completa la definición formal de la función sobreyectiva con base en las palabras o frases presentadas en la parte inferior.**

Una ________________ f: X → Y es ______________ si está aplicada sobre todo el

____________________ , es decir, cuando cada ________________ de Y es la

________________ de como mínimo un ____________________ de X.

$$\forall y \in Y \ \exists x \in X : f(x) = y$$

Sobreyectiva	**Elemento**	**Preimagen**	**Codominio**
Dominio	**Función**	**Imagen**	**Inyectiva**

3. **Completa la definición formal de la función biyectiva con base en las palabras o frases presentadas en la parte inferior.**

Una ______________ es ______________ si al mismo tiempo es ______________

y ______________ ;es decir, si todos los ____________ del conjunto ______________

tienen una imagen distinta en el conjunto ____________ , y a cada elemento del conjunto

____________ le corresponde una ____________ distinta en el conjunto ____________ .

Sobreyectiva	Elementos	Preimagen	Codominio
Biyectiva	Función	Imagen	Inyectiva
Dominio	Creciente	Distintos	Iguales

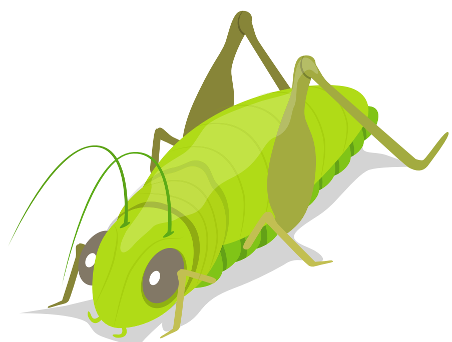
Tarea

1. Los estudiantes proponen tres situaciones-problema diferentes de la vida cotidiana en las cuales, cada una cumpla que:

a. La función que modela matemáticamente la situación, sea una función inyectiva pero no sobreyectiva.

b. La función que modela matemáticamente la situación, sea una función sobreyectiva pero no inyectiva.

c. La función que modela matemáticamente la situación, sea una función biyectiva, es decir, una función inyectiva y sobreyectiva.



2. Debes realizar una presentación, ya sea por medios físicos (cartelera, afiche, etc.) o medios digitales a los cuales tengan acceso (PowerPoint, Prezi, etc.), en la que presentes la situación, las variables y su relación.